федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Ярославский государственный медицинский университет
Министерства здравоохранения Российской Федерации
ФГБОУ ВО ЯГМУ Минздрава России

# Фонд оценочных средств
# для проведения промежуточной аттестации
# по дисциплине
# ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

**Специальность 30.05.03 МЕДИЦИНСКАЯ КИБЕРНЕТИКА**
**Форма обучения ОЧНАЯ**

**Фонд оценочных средств разработан**
**в соответствии с требованиями ФГОС ВО**

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине Высшая математика составлен в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по специальности 30.05.03 Медицинская кибернетика и входит в состав оценочных средств Образовательной программы высшего образования – программы специалитета – по специальности 30.05.03 Медицинская кибернетика.

Фонд оценочных средств по дисциплине разработан на кафедре медицинской физики с курсом медицинской информатики.

Заведующий кафедрой – Фатеев М.М., д-р биол.наук, профессор

Разработчики:
Сидорова Л.А., старший преподаватель

Согласовано:

Декан
лечебного факультета
профессор ____________________ Филимонов В.И.
(подпись)

«15» июня 2023 года

Утверждено Советом по управлению образовательной деятельностью
«15» июня 2023 года, протокол № 6

Председатель Совета по
управлению образовательной
деятельностью, проректор по
образовательной деятельности
и цифровой трансформации,
доцент ____________________ Смирнова А.В.
«15» июня 2023 года
(подпись)

**1. Форма промежуточной аттестации** – экзамен.

**2. Перечень компетенций, формируемых на этапе освоения дисциплины общепрофессиональных компетенций:**

**ОПК-1.** Способен использовать и применять фундаментальные и прикладные медицинские, естественнонаучные знания для постановки и решения стандартных и инновационных задач профессиональной деятельности.

**ОПК-4.** Способен определять стратегию и проблематику исследований, выбирать оптимальные способы их решения, проводить системный анализ объектов исследования, отвечать за правильность и обоснованность выводов, внедрение полученных результатов в практическое здравоохранение.

Содержание компетенций с указанием индикаторов достижения компетенций представлено в рабочей программе по соответствующей дисциплине (таблица 1).

## 3. Показатели и критерии оценивания сформированности компетенций, шкалы оценивания

Таблица 1

| Этап промежуточной аттестации | Компетенции, сформированность которых оценивается | Показатели | Критерии сформированности компетенций |
|---|---|---|---|
| 1. Оценка практических навыков | ОПК-1<br>ОПК-4 | Уровень освоения навыка (решение уравнений) | Число ответов на задания, соответствующих эталону ответа, – более 70% |

**4. Примеры оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

**1. Примеры оценочных средств для проведения контроля текущей успеваемости**

**Типовые задания по разделу I.**

а) Аналитическая геометрия

1. На плоскости заданы точки А = (-2,1) и В = (3,3). Найдите уравнение прямой, проходящей через них.

2. Если плоскость $ax - y + 2z + 5 = 0$ параллельна плоскости $x + by - 2z = 0$, то $ab$ равно

3.Напишите уравнение окружности радиуса 4 с центром в точке (1,5).

4. Какая из прямых 1) y=3x+2; 2) 4x-2y+2=0; 3) 3x+y-2=0; 4) y= 6x+2 параллельна прямой y=2x+1?

5. Напишите каноническое уравнение эллипса, у которого большая полуось равна 3, малая полуось равна 2. Вычислите эксцентриситет $\varepsilon$ этого эллипса.

б) Векторная алгебра

1. Даны две точки: $A(-1,2,-2)$ и $B(3,4,-5)$. Найдите координаты вектора $\overrightarrow{AB}$.

2. Если длина вектора $\vec{a}$ равна 0,5; длина вектора $\vec{b}$ равна 4; скалярное произведение этих векторов равно $\sqrt{3}$, то угол (в градусах) между этими векторами равен

3. Если $\vec{a} = 4\vec{\imath} - 2\vec{\jmath} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = (0,1,0)$, то площадь треугольника, построенного на этих векторах как на сторонах, равна

4. Если $\vec{a} = (-1,0,2)$, $\vec{b} = 3\vec{\imath} + 5\vec{\jmath} - \vec{k}$ и $\vec{c} = (0,0,2)$, то смешанное произведение этих векторов равно

5. Найдите разложение вектора $\bar{c} = (2,4)$ по базису $\bar{a} = (2,1), \bar{b} = (-1,3)$.

**Типовые задания по разделу II.**

1. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{vmatrix}$.

2. Вычислить $A^2$ , если $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

3. Вычислить $A + 2B$ , если $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса $\begin{cases} 2x + y + z = 2, \\ x - y + 2z = -2, \\ 3x + y + z = 3. \end{cases}$

5. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера $\begin{cases} 2x + y = 2, \\ x - y = -2, \end{cases}$

**Типовые задания по разделу III.**

а) Вычислить производную функции:

$y = \frac{1}{x^2} + \frac{3}{2\sqrt[3]{x^2}} - \frac{4}{\sqrt{x}} + 3x - 2x^3\sqrt{x}$; $y = 100x^{10} - 10x^{100}$; $y = 2\sin x + \mathrm{tg}\, x$

$y = \cos x + 2x$; $y = x + \cos x$.

б) Вычислить производную сложной функции:

$y = \mathrm{tg}2x$, $y = \sin(x^2 - 1)$, $y = \cos(3x^4 + 12)$, $y = \sqrt{e^x} \cdot \ln x^3$,

$y = e^{\sin(x^2-1)}$.

**Типовые задания по разделу IV.**

а) Вычислить неопределенный интеграл:

$\int (5x^4 - \frac{8}{\cos^2 x} + 2x + 2)dx$, $\int (x^2 + \frac{2}{x^3} + \frac{3}{\sqrt{x}} + x\sqrt{x})dx$,

$\int \frac{3\cos^2 x - 2\sin^2 x + 1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} dx$, $\int \frac{(3-2\sqrt{x})^2}{x^2} dx$, $\int \cos(3x - \frac{\pi}{4})dx$.

б) Вычислить определенный интеграл:

$$\int_{-1}^{2} (x^2 - 3x + 7)dx, \quad \int_{1}^{4} \frac{x+1}{\sqrt{x}} dx, \int_{0}^{\frac{\pi}{3}} \sin 3x\, dx$$

$$\int_{0}^{8} (\sqrt{2x} + \sqrt[3]{x})dx, \quad \int_{1}^{2} (\frac{4}{x} - 5x^4 + 2\sqrt{x})dx.$$

**Типовые задания по разделу V.**

а) Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$y' = x, \ \ y'\sqrt{1 - x^2} = 1, \ \ xy' = 1.$$

б) Найти частное решение дифференциального уравнения:

$$y' - x^2 + \cos x = 0, \qquad y(0) = 3.$$

$$y' - \sin x = 0, \qquad y(\pi) = 2.$$

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2, \ \ y(1) = 3.$$

**2. Примеры оценочных средств для проведения рубежного контроля**

**Типовой вариант контрольной работы по разделу I.**

1. Линейная зависимость векторов $\vec{a} = (2,0,2)$, $\vec{b} = (0,1,-1)$, $\vec{c} = (2,2,0)$ имеет вид

1) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$; 2) $2\vec{a} + \vec{b} - \vec{c} = \vec{0}$; 3) $\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c} = \vec{0}$ 4) $\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c} = \vec{0}$.

2. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $\vec{a} = (3,0,-4)$, длина вектора $\vec{b}$ равна 1, а косинус угла между ними равен 0,2.
3. Найдите модуль векторного произведения этих векторов $\vec{a} = (4,-2,3)$ и $\vec{b} = \vec{j}$.
4. Напишите уравнение прямой, которая отсекает от начала координат отрезок длины 4 по оси *OX* и отрезок длины 5 по оси *OY*.
5. Какая из прямых 1) y=3x+2; 2) 4x-2y+2=0; 3) 3x+y-2=0; 4) y=6x+2 перпендикулярна прямой $y = \frac{1}{3}x + 5$?
6. Вычислите расстояние между точкой A =(1,2) и прямой 3x+4y+5=0.
7. Найдите уравнение плоскости, проходящей через точки A=(14, 12, 14), B=(13, 14, 15), C=(12, 21, 12).
8. Найдите эксцентриситет и директрисы эллипса $x^2 + 2y^2 = 2$.
9. Составьте каноническое уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси абсцисс симметрично относительно начала координат, зная, что ее оси $2a$=10 и $2b$=8.
10. Дана сфера $x^2 + y^2 + z^2 - 16 = 0$. Найдите центр $O$ этой сферы и ее радиус $R$.

**Типовой вариант контрольной работы по разделу II.**

**1.** $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$. Чему равен наибольший элемент матрицы *C*=*AB*?

**2.** Вычислите определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 5 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

**3.** Решите систему $\begin{cases} x_1 + x_2 - 4x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 5, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 4. \end{cases}$

**4.** Для матрицы *B*, полученной из квадратной матрицы *A* порядка *n* перестановкой местами *i*-ой строки и *j*-ой строки ($i \neq j$)

1) $det\, B = det\, A$; 2) $det\, B = -\, det\, A$;
3) $det\, B = (-1)^{i+j}\, det\, A$; 4) $det\, B = (-1)^n\, det\, A$;

**5.** Система *m* линейных уравнений с *n* неизвестными называется совместной, если она имеет

1) единственное решение; 2) хотя бы одно решение;
3) бесконечное множество решений; 4) *n* решений.

**Типовой вариант контрольной работы по разделу III.**

Вычислить производную функции:

Вычислите пределы:

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3x^5-4x^2+1}{9x^5+x^4-3x^2}$;  2. $\lim\limits_{x\to\pi/2}\frac{\cos x}{x-\pi/2}$;  3. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\operatorname{tg} 2x}{x^2}$;  4. $\lim\limits_{x\to\pi/6}\frac{\sin 6x}{\cos 3x}$.

Вычислите производные

5. $y=(x^2+1)\cdot\sin 3x$;  6. $y=\frac{\cos 2x}{5x-2}$  7. $y=\sqrt{2-x^3}$.

8. Найдите промежуток убывания функции $f(x)=(2x-6)e^{-2x}$.

9. Найдите абсциссу точки перегиба графика функции

$$f(x)=x^3-6x^2+5x+3.$$

10. Найдите наклонную асимптоту графика функции $f(x)=\frac{x^3}{2+x}$.

11*(дополнительно).

Найдите наибольшее значение функции $f(x)=x^3-x^2-x$ на отрезке $[0;3]$.

**Типовой вариант контрольной работы по разделу IV**

Вычислить интегралы:

1. $\int_0^3(3\sqrt{1+x}-1)dx$  2. $\int_0^{\pi/16}\frac{dx}{cos^2 4x}$.  3. $\int_1^3(x-2)e^{x-1}dx$.

4. $\int\frac{x+1}{x^2+4}dx$ равен

1) $ln(x^2+4)+C$;  2) $\frac{1}{2}ln(x^2+4)+C$;

3) $ln(x^2+4)+arctg\frac{x}{2}+C$;  4) $\frac{1}{2}ln(x^2+4)+\frac{1}{2}arctg\frac{x}{2}+C$;

5) $\frac{1}{x^2+4}+\frac{1}{2}arctg\frac{x}{2}+C$.

5. $\int(1-2x)\,ln\,x\,dx$ равен

1) $(x-x^2)\,ln\,x-x+\frac{1}{2}x^2+C$;  2) $(x-x^2)\,ln\,x+x-x^2+C$;

3) $(x-x^2)\,ln\,x+(x-x^2)\cdot\frac{1}{x}+C$;  4) $(1-2x)\,ln\,x+(x-x^2)\cdot\frac{1}{x}+C$.

6. $\int_1^9\frac{dx}{2x-\sqrt{x}}$ равен

1) 0;  2) ln2;  3) ln3;  4) ln4;  5) ln5.

7. При замене $tg\,x=t$ интеграл $\int\frac{dx}{tg\,x+1}$ переходит в интеграл

1) $\int\frac{d}{t-}$;  2) $\int\frac{dt}{(t+1)(t^2}$;  3) $\int\frac{(t^2+1}{t+}$  4) $\int\frac{dt}{(t+1)\,c}$

8. $\int_0^{\pi/2}\sin 2\,x\cos x\,dx$ равен

9. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \sin x$, $x \in [0, \pi]$, $y = 0$.

10. $\int \frac{dx}{x(x^2-4)} = A\,ln\,|x| + B\,ln\,|x+2| + C\,ln\,|x-2| + Const$, где коэффициент $B$ равен

11. Решите уравнение $2x^2 + 2x + 1 = 0$.

12. Дано: $w = 2 + 2i\sqrt{3}$, $z = \sqrt{3} - i$. Вычислите: а) $z + w$, б) $z \cdot w$, в) $\frac{z}{w}$.

**Типовой вариант контрольной работы по разделу V**

1. Найдите частное решение дифференциального уравнения $y' = y^2$, удовлетворяющее начальному условию $y(0) = 1$.

2. Общее решение дифференциального уравнения $xy' - 2y = 2x^4$ имеет вид:

1) $y = Cx^2 + \frac{2}{3}x^5$  2) $y = Cx^2$  3) $y = x^2 + C$  4) $y = \frac{2}{3}x^5$.

3. Общее решение дифференциальные уравнения $y'' = x^2 + 3$ имеет вид:

1) $y = \frac{1}{12}x^4 + \frac{3}{2}x^2 + C$;  2) $y = \frac{1}{3}x^3 + 3x + C_1x + C_2$;

3) $y = x^4 + 3x^2 + C_1x + C_2$;  4) $y = \frac{1}{2}x^4 + \frac{3}{2}x^3 + C_1x^2 + C_2x + C_3$;

5) $y = \frac{1}{12}x^4 + \frac{3}{2}x^2 + C_1x + C_2$.

4. Общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения $y'' - y = 3e^{2x}$ имеет вид:

1) $y = C_1 + C_2e^{-x} + 3e^{2x}$;  2) $y = C_1e^x + C_2e^{-x} + e^{2x}$;

3) $y = C_1 + C_2e^x + x$;  4) $y = C_1e^x + C_2e^{-x} + 3e^{2x}$.

5. Решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -7x + y, \\ y' = -2x - 5y \end{cases}$

может быть сведено к решению уравнения:

1) $x'' + 7x' - 37x = 0$;  2) $x'' = 7x' - 2x$;

3) $x'' + 7x' + 37x = 0$;  4) $x'' + 12x' + 37x = 0$.

**3. Примеры оценочных средств для проведения промежуточной аттестации**

1. Даны векторы $\vec{a}(1;2;3), \vec{b}(-1;3;2), \vec{c}(7;-3;5), \vec{d}(6;10;17)$ в некотором базисе. Показать, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d}$в этом базисе. Систему линейных уравнений решить по формулам Крамера.

2. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

3. Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = -2, \\ \qquad 2x_2 - \ x_3 + 2x_4 = 1, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 3, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 = 2. \end{cases}$.