федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Ярославский государственный медицинский университет
Министерства здравоохранения Российской Федерации
ФГБОУ ВО ЯГМУ Минздрава России

Фонд оценочных средств
для проведения промежуточной аттестации
по дисциплине
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТИ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Специальность 30.05.03 МЕДИЦИНСКАЯ КИБЕРНЕТИКА
Форма обучения ОЧНАЯ

Фонд оценочных средств разработан
в соответствии с требованиями ФГОС ВО

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине Теория вероятности и математическая статистика составлен в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования 3++ по специальности 30.05.03 Медицинская кибернетика и входит в состав оценочных средств Образовательной программы высшего образования – программы специалитета – по специальности 30.05.03 Медицинская кибернетика.

Фонд оценочных средств по дисциплине разработан на кафедре медицинской физики с курсом медицинской информатики.

Заведующий кафедрой – Фатеев М.М., д-р биол. наук., профессор

Разработчики:
Сидорова Л.А., ст. преподаватель

Согласовано:

Декан
лечебного факультета
профессор ____________________ Филимонов В.И.
(подпись)

«15» июня 2023 года

Утверждено Советом по управлению образовательной деятельностью
«15» июня 2023 года, протокол № 6

Председатель Совета по
управлению образовательной
деятельностью, проректор по
образовательной деятельности
и цифровой трансформации,
доцент ____________________ Смирнова А.В.
«15» июня 2023 года
(подпись)

1. Форма промежуточной аттестации – экзамен.

2. Перечень компетенций, формируемых на этапе освоения дисциплины

общепрофессиональных компетенций:

ОПК-1. Способен использовать и применять фундаментальные и прикладные медицинские, естественнонаучные знания для постановки и решения стандартных и инновационных задач профессиональной деятельности.

Содержание компетенций с указанием индикаторов достижения компетенций представлено в рабочей программе по соответствующей дисциплине (таблица 1).

3. Показатели и критерии оценивания сформированности компетенций, шкалы оценивания

Таблица 1

Этап промежуточной аттестации	Компетенции, сформированность которых оценивается	Показатели	Критерии сформированности компетенций
1. Ситуационные задачи	ОПК-1	Уровень освоения навыка	Число ответов на задания, соответствующих эталону ответа, – более 70%
2. Собеседование по теоретическим вопросам	ОПК-1	Правильность ответов на вопросы	***5 баллов:*** даны полные исчерпывающие ответы на все вопросы, в ходе ответов обучающийся продемонстрировал высокий уровень теоретических знаний, полученных в ходе изучения основной и дополнительной литературы; ***4 балла:*** даны ответы на все вопросы, в ходе ответов обучающийся продемонстрировал достаточный уровень знаний, в ходе ответов на отдельные вопросы (1-2) возможны несущественные ошибки и неточности; ***3 балла:*** даны безошибочные ответы на основные вопросы, в ходе ответа возможны отдельные несущественные ошибки и неточности; ***2 балла:*** ответы на основные вопросы содержат принципиальные ошибки; ***1 балл:*** обучающийся продемонстрировал отдельные малозначимые представления об обсуждаемом вопросе; ***0 баллов:*** отказ от ответа.

4. Примеры оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

1. Примеры оценочных средств для проведения контроля текущей успеваемости

Типовые задания по разделу I

Примерные варианты тестовых заданий

Выберите один правильный ответ**.**

1. Событие называется достоверным,

1) если вероятность его близка к единице;

2) если при заданном комплексе факторов оно может произойти;

3) если при заданном комплексе факторов оно обязательно произойдет;

4) если вероятность события не зависит от причин, условий, испытаний.

2. Событие, которое при заданном комплексе факторов не может осуществиться называется

1) несовместным; 2) независимым;

3) невозможным; 4) противоположным.

3. Формулой Бернулли называется формула:

1) $P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$; 2) $P_n(k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$;

3) $P_n(k) = \frac{1}{\sqrt{npq}}\varphi(x)$; 4) $P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(H_i)P_{H_i}(A)$.

4. Указать формулу, которая используется для вычисления дисперсии случайной величины X

1) $D(X) = M(X^2)$; 2) $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2$;

3) $D(X) = [M(X^2) - M(X)]^2$; 4) $D(X) = M(X - M(X))$.

5. К случайной величине X прибавили число a. Как от этого изменится ее дисперсия?

1) Прибавится слагаемое a; 2) Прибавится слагаемое a^2;

3) Не изменится; 4) Умножится на a.

6. В автобусе едут 8 женщин и 3 мужчины. На остановке из автобуса вышли 3 женщины и 1 мужчина, а зашли в автобус 2 женщины и 2 мужчины и один мальчик. Вероятность того, что на следующей остановке первой сойдет женщина равна:

а) $2/3$;	б) $8/11$;	в) $7/12$;	г) $3/4$.

7. В урне находятся 3 белых шара и 4 черных. Из урны один за другим вынимаются 2 шара. Вероятность того, оба вынутых шара белые равна:

a. $3/4$ b. $3/7$
c. $1/7$ d. $12/49$

8. В семье растут 2 мальчика и 3 девочки. На экскурсию в столицу в порядке поощрения должны быть отправлены два ребенка. Вероятность того, что будут отправлены две девочки равна

a. $2/5$; b. $3/5$;
c. $3/10$; d. $6/25$.

9. В урне находятся 2 белых шара и 6 черных. Из урны наугад вынимается один шар, затем опускается назад в урну и шары в урне перемешиваются. После этого снова вынимается один шар. Вероятность того, что оба вынимаемых шара черные равна

a. $1/64$ b. $10/12$
c. $9/16$ d. $1/9$

10. Имеются два одинаковых на вид ящика. В первом ящике находятся 1 белый шар и 2 черных, во втором ящике 2 белых шара и пять черных. Из наудачу выбранного ящика взят 1 шар. Вероятность того, что этот шар белый равна

a. $13/21$ b. $13/42$
c. $1/10$ d. $3/10$

Типовые задания по разделу II

Примерные варианты тестовых заданий

Выберите один правильный ответ.

1. Если при неограниченном увеличении числа испытаний $(n \to \infty)$ последовательность функций $f(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ сходится по вероятности к некоторому параметру θ, для которого построена оценка, то говорят, что функция $f(X_1, X_2, \ldots X_n)$

А) Состоятельная оценка параметра θ.
Б) Смещенная оценка параметра θ.
В) Несмещенная оценка параметра θ.

2. Из закона больших чисел следует, что относительная частота случайного события есть состоятельная оценка его

А) Вероятности. Б) Дисперсии. В) Непрерывности.

3. Если для оценки θ математическое ожидание соответствующей функции $f(X_1, X_2, \ldots X_n)$ от возможных результатов испытаний при любом фиксированном значении n совпадает с оцениваемым параметром, то оценка θ называется

А) Несмещенной. Б) Смещенной. В) Состоятельной.

4. Указан некоторый интервал со случайными границами, который покрывает истинное значение оцениваемого параметра распределения с заданной вероятностью $P = 1 - \alpha$. Такой интервал называют

А) Доверительным. Б) Бесконечным. В) Замкнутым.

5. Указан некоторый интервал со случайными границами, который покрывает истинное значение оцениваемого параметра распределения с заданной вероятностью $P = 1 - \alpha$. Вероятность P называется

А) Доверительной вероятностью или надежностью.

Б) Вероятностью противоположного события.

В) Вероятностью события.

Примерные варианты ситуационных задач

1. Результаты в беге на 100 м (в секундах) студентов – первокурсников заданы в виде простого статистического ряда:17,6; 15,5; 14,2; 15,8; 16,2; 16,1;16,4; 15,4; 14,2; 12,8; 15,6; 14,6; 15,5; 15,0; 15,4; 16,1; 14,8; 14,7; 15,8; 16,8. Необходимо:

- выполнить группировку выборочных данных: составить безинтервальный вариационный ряд, построить полигон распределения.
- сделать точечную оценку генеральных параметров: средней, дисперсии, среднеквадратического отклонения, моды, медианы
- построить доверительный интервал для генеральной средней.

2. Имеются данные о ценах на квартиры (тыс. долл.) в строящихся домах С.-П. в 2000 г.

15,9	28,7	29	34,1	36,7	35,6	52,2	18,2	17,8	45
27	27,2	15,4	37,7	21,5	30,8	43,1	20,1	25,9	51
13,5	28,3	28,6	41,9	26,4	34	25	22,7	32,6	28
15,1	52,3	15,6	24,4	53,9	31,9	35,2	27,6	19,8	34,4
21,1	22	27,7	21,3	34,2	43,6	40,8	36	35,2	24,7

Необходимо:

- выполнить группировку выборочных данных: составить равноинтервальный вариационный ряд, построить гистограмму распределения.
- сделать точечную оценку генеральных параметров: средней, дисперсии, -среднеквадратического отклонения, моды, медианы, асимметрии, эксцесса
- построить доверительный интервал для генеральной средней.

3. Изучали влияние кобальта на массу тела кроликов. Опыт проводился на двух группах животных: опытной объем 8 и контрольной объемом 9. Опытные кролики, в отличие от контрольных, ежедневно получали добавку к рациону в виде хлористого кобальта по 0,06 г на 1 кг массы. За время опыта животные дали следующие прибавки живой массы тела: X_1= 638 г при дисперсии $S^2{}_1$= 2596,3 $г^2$ против X_2=626 г и дисперсии $S^2{}_2$=3579 $г^2$ у контрольной группы. Проверить значимость различий дисперсий при уровне значимости 0,05 и значимость различий прибавки живой массы тела.

4. Изучали влияние эндотоксина на выживаемость облученных животных. В опытной группе было 36 животных, выжило 23 (63,9%). В контрольной группе было 14 животных, выжило после облучения 3 (21,4%). Можно ли судить о положительном влиянии эндотоксина на выживаемость животных, если наблюдаемое значение t – критерия Стьюдента $t_{набл}$ = 2,71. Уровень доверительной вероятности принять 0,95.

5. Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности с эмпирическим распределением выборки объема $n = 56$:

x_i	9,5	12,5	15,5	18,5	21,5	24,5	27,5
n_i	10	7	14	16	4	2	3

2. Примеры оценочных средств для проведения рубежного контроля

Типовой вариант контрольной работы по разделу I

1. В контейнере находятся 40 телевизоров, среди которых 5 имеют скрытые дефекты. Найти вероятность того, что 3 наудачу выбранных телевизора не будут иметь дефектов.
2. Два оператора набили по одинаковому комплекту перфокарт. Вероятность того, что первый оператор допустит ошибку, равна 0,1; для второго оператора эта вероятность равна 0,2. При сверке перфокарт была обнаружена ошибка. Какова вероятность того, что ошибся первый оператор?
3. Вероятность поражения стрелком мишени при одном выстреле равна 0,8. Найти вероятность того, что при пяти последовательных выстрелах будет не менее четырех попаданий.
4. Задана плотность распределения вероятностей $f(x)$ непрерывной случайной величины X. Требуется:

    1) определить коэффициент A;
    2) найти функцию распределения $F(x)$;
    3) схематично построить графики $F(x)$ и $f(x)$;

4) найти математическое ожидание и дисперсию X;

5) найти вероятность того, что X примет значение из интервала (α, β).

$$\boldsymbol{f(x)} = \begin{cases} \mathbf{0} & \textbf{при} \quad \boldsymbol{x < 0}, \\ \boldsymbol{Ax^2} & \textbf{при} \quad \boldsymbol{0 \le x \le 2}, \\ \mathbf{0} & \textbf{при} \quad \boldsymbol{x > 2}. \end{cases}$$

$$\boldsymbol{\alpha = 1, \beta = 1,7.}$$

5. Заданы математическое ожидание a и среднее квадратическое отклонение σ нормально распределенной случайной величины X. Требуется:

1) написать плотность распределения вероятностей $f(x)$ и схематично построить ее график;

2) найти вероятность того, что X примет значение из интервала (α, β).

a =1, β =5, α =0.5, β =3.

6. Производится некоторый опыт, в котором случайное событие A может появиться с вероятностью 0,3. Опыт повторяют в неизменных условиях 900 раз. Определить вероятность того, что в 900 опытах событие A произойдет от 250 до 320 раз.

Типовой вариант контрольной работы по разделу II

1. Известно эмпирическое распределение выборки. Найти выборочную среднюю, выборочную и исправленную дисперсии. Построить график эмпирической функции распределения и гистограмму относительных частот.

x_i	2	4	6	8	10	12	14
n_i	2	18	63	37	20	8	2

2. В результате 10 независимых измерений некоторой величины X, выполненных с одинаковой точностью, получены опытные данные, приведенные в таблице. Предполагая, что результаты измерений подчинены нормальному закону распределения вероятностей, оценить истинное значение величины X при помощи доверительного интервала, покрывающего истинное значение величины X с доверительной вероятностью 0,95.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
6,9	7,3	7,1	9,5	9,7	7,9	7,6	9,1	6,6	9,9

3. На заводе изготовлены N =13 000 болванок. Результаты выборочной проверки 500 болванок приведены в следующей таблице:

Масса болванок (кг)	29-30	30-31	31-32	32-33	33-34	Итог
Число (штук)	38	202	198	56	6	500

Выборка собственно случайная бесповторная. Найти доверительный интервал для оценки средней массы болванок при уровне доверительной вероятности P = 0,95.

Указание: среднеквадратическая ошибка для бесповторной выборки находится по формуле

$$\tilde{\sigma} = \sqrt{\frac{\sigma_B{}^2}{n}\left(1 - \frac{n}{N}\right)},$$

где n = 500; σ_B - выборочное среднеквадратическое отклонение.

4. Данные наблюдений над двумерной случайной величиной (X, У) представлены в корреляционной таблице. Методом наименьших квадратов найти выборочное уравнение прямой регрессии У на Х.

X / Y	1	2	3	4	5
2	1	2	1		
4	4	12	10	2	
6			3	28	4
8			2	18	2
10				2	9

5. Известно эмпирическое распределение выборки объема n случайной величины X. Проверить гипотезу о распределении по закону Пуассона генеральной совокупности этой величины. Использовать критерий согласия Пирсона (хи-квадрат) при уровне значимости α = 0,05.

x_i	0	1	2	3	4	5	n
n_i	408	365	175	42	6	4	1000

3. Примеры оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Вопросы на собеседование для промежуточной аттестации

1. Что называется сочетанием без повторений?
2. Что называется размещением, в частности перестановкой?
3. Как вычисляется вероятность случайного события?
4. Чему равна вероятность суммы двух несовместных событий?
5. Почему при сложении совместных событий вероятность несколько меньше, чем при сложении несовместных событий с теми же вероятностями?
6. Сформулируйте условие зависимости событий.

Типовое задание (ситуационные задачи) для промежуточной аттестации

Задача 1. Вероятность одного попадания при двух выстрелах равна 0,32 и вероятность попадания при одном выстреле более вероятна, чем промах. Найти вероятность двух попаданий при пяти выстрелах.

Задача 2. Построить гистограмму относительных частот по данному распределению выборки, выдвинуть гипотезу о виде распределения генеральной совокупности и проверить ее по критерию Пирсона с уровнем значимости α = 0,05:

Частичный интервал	2-6	6-10	10-14	14-18
Сумма частот	125	105	60	10

Задача 3. Точка N бросается наудачу в круг радиуса R=4. В круге отмечена точка M на расстоянии r =2 от центра. Найти вероятность попадания N ближе к точке M, чем к центру круга.

Задача 4. Задана функция распределения непрерывной случайной величины X.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad x < 0, \\ 1 + Ae^{-x} & \text{при} \quad x \geq 0; \end{cases} \quad \alpha = 1, \beta = +\infty$$

Назвать вид случайной величины X. Найти: коэффициент A, M(X) и вероятность того, что X попадет в интервал (α, β) в результате 2-х испытаний.